

Prof. dr hab. Marek Wiśła

Zakład Teorii Przestrzeni Funkcyjnych  
Wydział Matematyki i Informatyki UAM  
ul. Umultowska 87  
61-614 Poznań  
e-mail: *Marek.Wisla@amu.edu.pl*



Poznań, 29 grudnia 2010r

---

Prof. dr hab. Witold Wnuk

Przewodniczący Konferencji  
The Józef Marcinkiewicz Centenary Conference

W załączeniu przesyłam recenzję pracy

**„Topologies on the group of invertible transformations”**

autorów: Macieja Burneckiego i Roberta Rałowskiego.

Z wyrazami szacunku,

Marek Wiśła

## Recenzja pracy

### „Topologies on the group of invertible transformations”

Przedstawiona do recenzji praca poświęcona jest uogólnieniu wyników otrzymanych w [1] a dotyczących operatorów zdefiniowanych na przestrzeni Orlicza  $L^\Phi$  przy pomocy formuły

$$T_\tau^{(\Phi)}(f) = (f \circ \tau^{-1}) \left( \Phi^{-1} \circ \frac{d(m \circ \tau^{-1})}{dm} \right), \quad (1)$$

gdzie  $\tau$  jest odwracalnym nonsingularnym, mierzalnym borelowsko odwzorowaniem przestrzeni miary (odcinka  $[0,1]$  z miarą Lebesgue'a  $m$ ) na siebie,  $\Phi$  jest funkcją Orlicza oraz w powyższej formule ostatnim członem jest pochodna Radona-Nikodyma miary  $m \circ \tau^{-1}$  względem miary Lebesgue'a  $m$ .

Pomysłem autorów jest zastąpienie w definicji operatora (1) funkcji odwrotnej  $\Phi^{-1}$  do funkcji Orlicza dowolną funkcją borelowsko mierzalną  $h$  spełniającą warunek

$$h(x) \leq \Phi^{-1}(\lambda x) \quad (2)$$

dla pewnego  $\lambda > 0$  i wszystkich  $x \geq 0$ . Osłabienie założenia skutkuje oczywiście mniejszą ilością informacji (np. funkcja  $\Phi^{-1}$  jest zawsze wklęsła na  $(0, \infty)$ , a funkcja  $h$  nie musi być wklęsła), a co za tym mniejszą ilością własności, jakie autorzy przedstawili w swojej pracy. Autorzy udowodnili ograniczoność operatora (1), równoważność topologii  $\Theta_{\Phi,h}$  i  $\Xi_{\Phi,h}$  indukowanych na  $G_h = \{T_\tau^{(h)} : \tau \in G\}$  transformacji  $\tau$  (jedna z nich jest definiowana poprzez mocną topologię zbieżności operatorów, a druga poprzez system otoczeń zaproponowany przez R.Grząslewicza) i na koniec podali warunki na funkcje  $\Phi$  i  $h$ , przy których topologie  $\Theta_{\Phi,h}$  są identyczne z topologią  $\Theta_{id,id}$ , gdzie  $id$  oznacza odwzorowanie identycznościowe.

Ze względu na bardziej ogólne założenie (2) autorom nie udało się oszacować normy operatora  $T_\tau^{(h)}$  z dołu, czy uzyskać twierdzeń o gęstości, które zostały przedstawione w [1]. Z tego punktu widzenia przedstawiona do recenzji praca jest znacznie uboższa od [1], a jednocześnie metody dowodowe są całkowicie zaczerpnięte z [1].

Jednak praca jest poprawna i nie znalazłem w niej błędów merytorycznych. Tak więc moim zdaniem może ona zostać zaakceptowana do publikacji w Proceedings of the Józef Marcinkiewicz Centenary Conference (Banach Center Publications).

[1] M.Burnecki, „Invertible transformations acting on Orlicz spaces”, Arch. Math. 70 (1998), 319-330.

Lista uwag

Strona	Wiersz	Jest	Powinno być
1	1	ammount	amount
1	7	$m(\tau^{-1}(A))$	Brak nawiasu zamykającego
1	8	Lebesgu'e	odwzorowanie $\tau$ musi być borelowsko mierzalne
3	7	suggest	Provide
3	2	$S = \lim_{k \rightarrow \infty} \bigcup_{n=k}^{\infty} S_n$	Może lepiej byłoby: $S = \bigcap_{k=1}^{\infty} \bigcup_{n=k}^{\infty} S_n$
3	2	continuity	$\sigma$ -additivity
4	14		Należy poprawić formatowanie w definicji zbioru $U_h$ w Definicji 3.8.
7			Należy uzupełnić listę referencji (obecna lista jest bardzo „mizerna”). Praktycznie wszystkie prace cytowane w [1] można również zacytować tutaj. Oczywiście w samej pracy (np. wstępie) należy dodać informacje o wynikach dotychczasowych badań z odnośnikami do tej literatury.

[1] M.Burnecki, „Invertible transformations acting on Orlicz spaces”, Arch. Math. 70 (1998), 319-330.